

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра общей и теоретической физики



Ю.П. Филиппов<sup>a</sup>

Подход базисных диаграмм Фейнмана в расчетах  
наблюдаемых в высших порядках теории возмущений в  
рамках модели МССМ

Доклад

Третья Летняя Межрегиональная Школа Физиков. Этап третий,  
СПбГУ, Санкт-Петербург  
4-9. 08. 2007

---

<sup>a</sup>E-mail: [yuphil@ssu.samara.ru](mailto:yuphil@ssu.samara.ru)

## Введение

- ☞ Актуальность. В ближайшие годы вступит в строй ряд коллайдеров нового поколения с высокой светимостью, например: LHC (Large Hadron Collider, CERN 2008), ILC (International Linear Collider, 2018).
- ⇒ Данные ускорители **позволят проверить** прогнозы как Стандартной модели (СМ) на более высоком уровне точности, так и протестировать суперсимметричные модели, модели с дополнительными измерениями и др.
- ⇒ Кроме того, ряд физических величин, таких как аномальный магнитный момент мюона и лэмбовский сдвиг энергетических уровней в атоме  $H_2$  уже сегодня измеряются на эксперименте с точностью более высокой нежели точность имеющихся теоретических прогнозов.
- ⇒ необходимо проводить расчет наблюдаемых физических величин на более высоком уровне точности. Последний может быть достигнут в рамках современных калибровочных моделей посредством учета петлевых

поправок высших порядков квантовополевой теорий возмущений к соответствующим вершинным функциям.

Центральный объект исследований –  $n$ –точечная вершинная функция.

ВФ в однопетлевом приближении представляется в виде:

$$\Gamma^{(n)} = \Gamma_{[0]}^{(n)} + \hat{\Gamma}_{[1]}^{(n)}, \quad \hat{\Gamma}_{[1]}^{(n)} = \sum_{i, \{j\}} T_{i, \{j\}}^{[1]} + \delta\Gamma_{[1]}^{(n)}. \quad (1)$$

### Основные пертурбативные подходы в СМ и МССМ



ренормгрупповой  
(РГП)

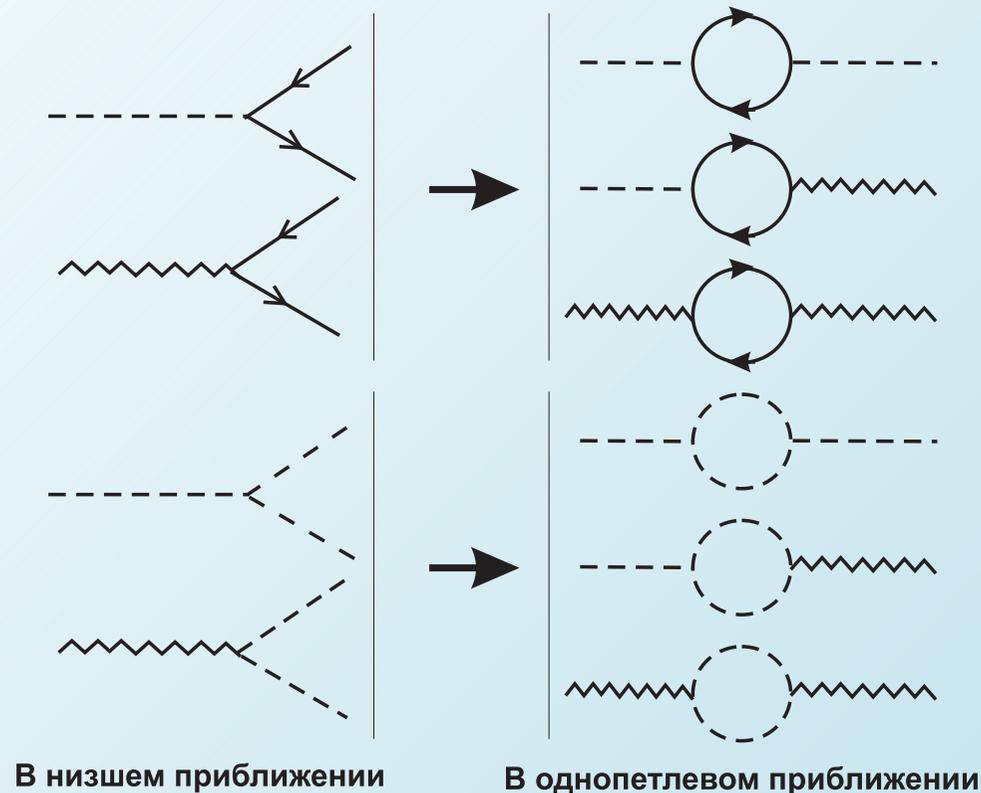


Подход эффективного  
потенциала (ПЭП)



Фейнмановский диа-  
граммный подход  
(ФДП)

☞ СМ и ее суперсимметричные модификации являются комплексными калибровочными моделями, допускающими большое количество актов взаимодействия элементарных частиц в низшем приближении.



⇒ расчет наблюдаемых физических величин в высших порядках теорий возмущений ⇔ учет огромного количества петлевых диаграмм.

**Трудности:**

- В настоящее время нет универсального алгоритма систематизации

петлевых вкладов  $\Rightarrow$  как их упорядочить при расчете?

- Как представить итоговый результат в компактной аналитической, наглядной форме?
- Как минимизировать по времени численные расчеты поправок на компьютере?

 Цель настоящей работы построить новый подход к вычислению петлевых поправок высших порядков по ТВ, лишенный указанных недостатков.

[1] Филиппов, Ю.П. Ширина распада  $H \rightarrow hh$  в МССМ с учетом юкавских радиационных поправок / Ю.П. Филиппов // Теор. физика. – 2006. – № 7. С. 87-110.

## Подход базисных диаграмм Фейнмана (БДФ)

1. Рассматриваемая квантовополевая модель (МССМ) характеризуется системой скалярных –  $\{s_i\}$ , векторных –  $\{v_j\}$ , фермионных –  $\{f_k\}$  полей.
2. В расчете петлевых поправок к наблюдаемым по ТВ будем использовать калибровку т'Хофта-Фейнмана.
3. Требование выполнения релятивистской, калибровочной инвариантности и перенормируемости лагранжиана модели приводят к следующим возможным типам трех- и четырехчастичных взаимодействий (см. таблицу 1).

$s_k \bar{f}_i f_j$	$v_k \bar{f}_i f_j$	$s_k s_i s_j$	$v_k s_i s_j$	$s_k v_i v_j$	$v_k v_i v_j$	$s_k s_l s_i s_j$	$s_k s_l v_i v_j$	$v_k v_l v_i v_j$
$V_{fifj}^{s_k}$	$V_{fifj}^{v_k, \{\mu\}}$	$V_{s_i s_j}^{s_k}$	$V_{s_i s_j}^{v_k, \{\mu\}}$	$V_{v_i v_j}^{s_k, \{\mu\nu\}}$	$V_{v_i v_j}^{v_k, \{\mu\nu\lambda\}}$	$V_{s_i s_j}^{s_k s_l}$	$V_{v_i v_j}^{s_k s_l, \{\mu\nu\}}$	$V_{v_i v_j}^{v_k v_l, \{\mu\nu\lambda\rho\}}$
$V_{fifj}^{p, \{\mu\}}$		$V_{s_i s_j}^p$	$V_{sv}^{p, \{\mu, \nu\}}$	$V_{v_i v_j}^{p, \{\mu\nu, \lambda\}}$		$V_{s_i s_j}^{pp, \{\mu\nu\}}$	$V_{v_i v_j}^{pp, \{\mu\nu, \lambda\rho\}}$	

Таблица 1:

$$\text{pff} : \quad V_{f_1 f_2}^p \{\mu\} = \{s_{f_1 f_2}^p + p_{f_1 f_2}^p \gamma^5, v_{f_1 f_2}^p \gamma^\mu + a_{f_1 f_2}^p \gamma^\mu \gamma^5\}, \quad (2)$$

$$\text{pss} : \quad V_{s_1 s_2}^p \{\mu\} = \{s_{s_1 s_2}^p, v_{s_1 s_2}^p (q_1 - q_2)^\mu\}, \quad (3)$$

$$\text{psv} : \quad V_{sv}^p \{\mu, \nu\} = \{v_{sv}^p (q_1 - q_2)^\mu, t_{sv}^p g^{\mu\nu}\}, \quad (4)$$

$$\text{pvv} : \quad V_{v_1 v_2}^p \{\mu\nu, \lambda\} = \{t_{v_1 v_2}^p g^{\mu\nu}, d_{v_1 v_2}^p [g^{\mu\nu} (q_1 - q_2)^\lambda + g^{\nu\lambda} (q_2 - q_3)^\mu + g^{\lambda\mu} (q_3 - q_1)^\nu]\}, \quad (5)$$

$$\text{ppss} : \quad V_{s_1 s_2}^{p_I p_{II}} \{\mu\nu\} = \{s_{s_1 s_2}^{p_I p_{II}}, t_{s_1 s_2}^{p_I p_{II}} g^{\mu\nu}\}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{ppvv} : \quad V_{v_1 v_2}^{p_I p_{II}} \{\mu\nu, \lambda\rho\} = & \{t_{v_1 v_2}^{p_I p_{II}} g^{\mu\nu}, a_{v_1 v_2}^{p_I p_{II}} [g^{\mu\rho} g^{\nu\lambda} - g^{\mu\nu} g^{\lambda\rho}] + b_{v_1 v_2}^{p_I p_{II}} [g^{\mu\lambda} g^{\nu\rho} - g^{\mu\rho} g^{\nu\lambda}] + \\ & + c_{v_1 v_2}^{p_I p_{II}} [g^{\mu\lambda} g^{\nu\rho} - g^{\mu\nu} g^{\lambda\rho}]\}. \end{aligned} \quad (7)$$

4. Критерий систематизации петлевых диаграмм по классам – количество точек (древесных вершин взаимодействия), которые определяют структуру данной диаграммы. В качестве критерия систематизации петлевых диаграмм по видам будем использовать набор типов полей виртуальных частиц с учетом их последовательности. Данный набор определяет обобщенную структуру – базисную диаграмму Фейнмана (БДФ).

5. Каждой БДФ будет сопоставлено аналитическое выражение. Последнее должно быть редуцировано с помощью стандартной техники тензорной и алгебраической редукции. Итоговый результат должен быть представлен суперпозицией дираковских матричных структур с коэффициентами, каждый из которых в свою очередь представляется линейной комбинацией минимального набора скалярных интегралов.

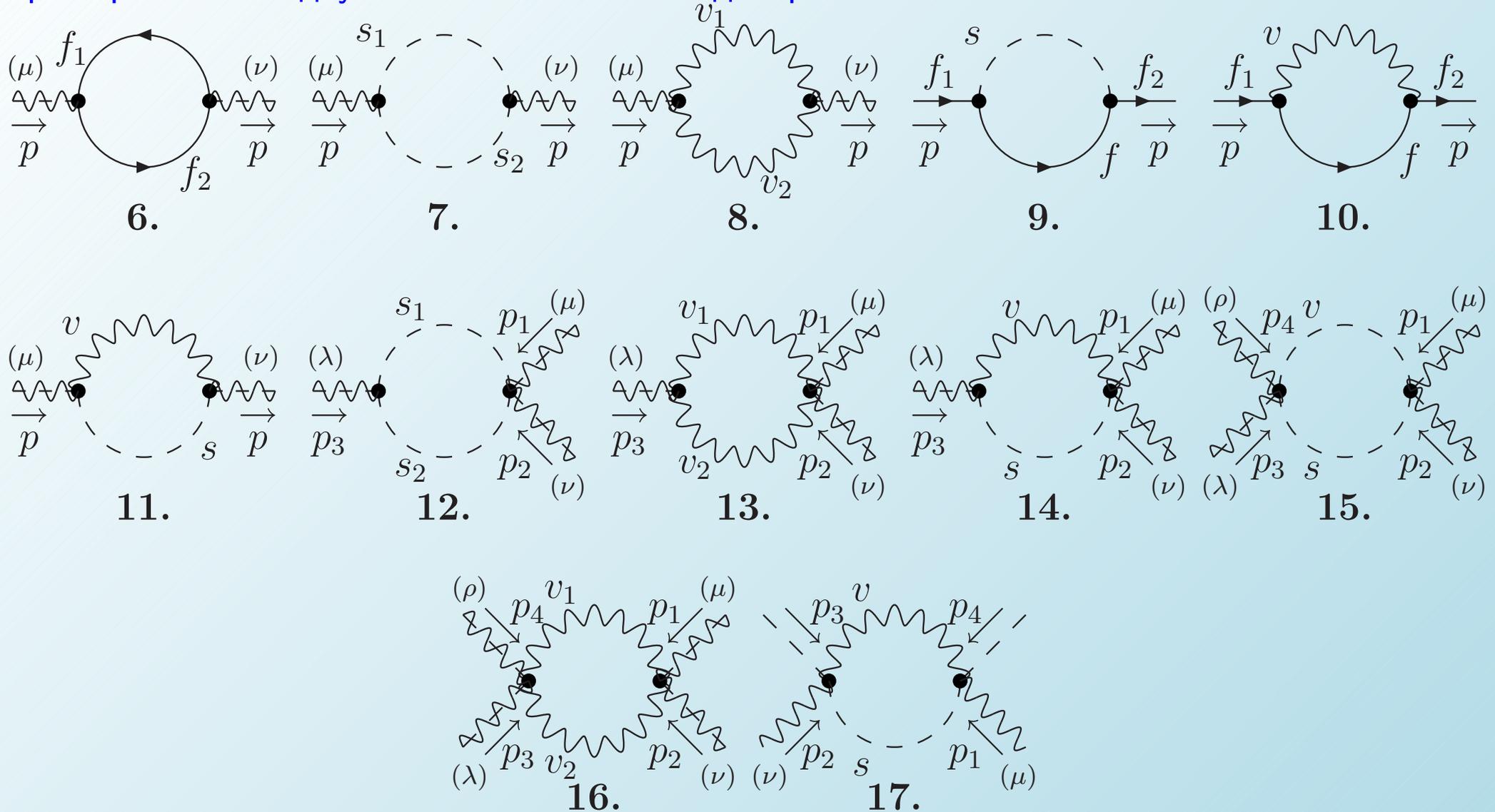
**Основные преимущества подхода:**

- При использовании результатов подхода уже не нужно прибегать к процедурам тензорной и алгебраической редукции и, следовательно, отпадает необходимость в

использовании дорогостоящего программного обеспечения для работы с символьными объектами.

- Благодаря разложению результата по минимальному набору скалярных интегралов, время вычислений значительно сокращается. Необходимо лишь один раз предварительно просчитать все имеющиеся скалярные интегралы, а затем просто подставить в ВФ.
- Простая и последовательная структура подхода, позволяет легко отобразить последний даже на примитивном языке программирования и т.о. построить новую компьютерную программу для мультидиаграммных однопетлевых вычислений.

## Пример: система двухточечных базисных диаграмм Фейнмана



- Диаграммная интерпретация: БДФ № 7.

- Исходное выражение: 
$$iT_{7,\{s_1s_2\}} = N_c k \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{V_{s_1s_2}^{p_1,\{\mu\}} V_{s_2s_1}^{p_2,\{\nu\}}}{(q^2 - m_1^2)((q+p)^2 - m_2^2)}, \quad (8)$$

- используемые результаты: (3),  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $B_1$ ,  $B_{\mu\nu}$ .

- Итоговый результат: 
$$T_{7,\{s_1s_2\}} = \{T_{7,\{s_1s_2\}}^{s_1s_2}, T_{7,\{s_1s_2\}}^{sv}, T_{7,\{s_1s_2\}}^{v_1v_2}\}, \quad (9)$$

$$T_{7,\{s_1s_2\}}^{s_1s_2} = \frac{1}{16\pi^2} N_c k s_{s_1s_2}^{s_1} s_{s_2s_1}^{s_2} B_0(p^2, m_1^2, m_2^2); \quad T_{7,\{s_1s_2\}}^{sv} = \left[ p^\mu \mathcal{F}_{7,\{s_1,s_2\}}^{sv} + p^\nu \mathcal{G}_{7,\{s_1,s_2\}}^{sv} \right], \quad (10)$$

$$\{\mathcal{F}_{7,\{s_1s_2\}}^{sv}, \mathcal{G}_{7,\{s_1s_2\}}^{sv}\} = \frac{1}{16\pi^2} N_c k \{v_{s_1s_2}^v s_{s_2s_1}^s, s_{s_1s_2}^s v_{s_2s_1}^v\} \times [B_0 + 2B_1](p^2, m_1^2, m_2^2); \quad (11)$$

$$T_{7,\{s_1s_2\}}^{v_1v_2} = g^{\mu\nu} \mathcal{F}_{7,\{s_1s_2\}}^{T,v_1v_2} + \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} \mathcal{F}_{7,\{s_1s_2\}}^{L,v_1v_2}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{7,\{s_1s_2\}}^{T,v_1v_2} = \frac{1}{24\pi^2} N_c k v_{s_1s_2}^{v_1} v_{s_2s_1}^{v_2} [A_0(m_2^2) + 2m_1^2 B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) + (p^2 + m_1^2 - m_2^2) \times \\ \times B_1(p^2, m_1^2, m_2^2) + m_1^2 + m_2^2 - \frac{p^2}{3}], \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{7,\{s_1s_2\}}^{L,v_1v_2} = \frac{1}{12\pi^2} N_c k v_{s_1s_2}^{v_1} v_{s_2s_1}^{v_2} [A_0(m_2^2) + (\frac{3}{4}p^2 - m_1^2) B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) + \\ + (p^2 + 2m_2^2 - 2m_1^2) B_1(p^2, m_1^2, m_2^2) - \frac{m_1^2 + m_2^2}{2} + \frac{p^2}{6}], \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $m_1 = m_{s_1}$ ,  $m_2 = m_{s_2}$ .

## Заключение

- В рамках фейнмановского диаграммного подхода с использованием калибровки т'Хоофта-Фейнмана был развит *подход базисных диаграмм Фейнмана*. Выполнена систематизация всевозможных одно-четырёхточечных однопетлевых диаграмм Фейнмана по базисным диаграммам. Данным диаграммам сопоставлены аналитические выражения.
- Итоговые аналитические выражения для БДФ, с использованием стандартной техники тензорной, размерной и алгебраической редукции, представляются в виде суперпозиции дираковских матричных структур, где коэффициентами разложения являются линейные комбинации минимального набора стандартных скалярных интегралов.
- Полученные результаты были использованы автором при решении следующих задач в рамках МССМ:
  - 1) В рамках ФДП впервые выполнен расчет шести констант трехчастичного взаимодействия нейтральных БХ ( $\lambda_{hhh}, \lambda_{hhH}, \lambda_{hHH}, \lambda_{HHH}, \lambda_{hAA}, \lambda_{HAA}$ ) в однопетлевом приближении с учетом  $t\tilde{t}$ -,  $b\tilde{b}$ -,  $c\tilde{c}$ -  $\tau\tilde{\tau}$ -петель.
  - 2) В рамках ФДП впервые выполнен расчет ширины распада  $\Gamma(H \rightarrow hh)$  с учетом  $t\tilde{t}$ -,  $b\tilde{b}$ -,  $c\tilde{c}$ -  $\tau\tilde{\tau}$ -петель.

3) Проведен расчет амплитуд и полных сечений процессов  $e^+e^- \rightarrow hh$ ,  $e^+e^- \rightarrow hH$ ,  $e^+e^- \rightarrow HH$ ,  $e^+e^- \rightarrow AA$  в полном однопетлевом приближении в рамках ФДП.

Сравнительный анализ новых результатов и результатов предшественников показал в большей части пространства параметров они уверенно согласуются, а в некоторых случаях новые результаты уточняют результаты предшественников.

**Благодарю за внимание!**