

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Филиппов Юрий Петрович

**Петлевые эффекты во взаимодействиях бозонов Хиггса в
Минимальной суперсимметричной стандартной модели**

специальность 01.04.02 – "Теоретическая физика"

диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
кандидат физико-
математических наук,
профессор Бирюков А.А.

Самара - 2007

Оглавление

Введение	4
1 Минимальная суперсимметричная стандартная модель	13
1.1 Определение модели	13
1.2 Спектр физических полей МССМ	16
2 Элементарные процессы для определения констант БХ	23
2.1 Элементарные процессы для определения констант на e^+e^- – линейном коллайдере	24
2.2 Элементарные процессы для определения констант на LHC .	33
3 Формализм однопетлевых мультидиаграммных вычислений	39
3.1 Теория возмущений и основные подходы к ее реализации . .	39
3.2 Вершинная функция	41
3.3 Подход базисных диаграмм Фейнмана	44
3.4 Систематизация и расчет базисных диаграмм Фейнмана . .	49
4 Перенормировка и редукция вершинной функции	81
4.1 Перенормировка электрослабого и хиггсовского секторов . .	81
4.2 Алгебраическая редукция однопетлевых скалярных интегралов	88
5 Константы и ширина распада в однопетлевом приближе- нии	99
5.1 Постановка задачи	99
5.2 Расчет констант λ_{hhh} , λ_{hhH} , λ_{hHH} , λ_{HHH} в однопетлевом при- ближении	101
5.3 Численные результаты для λ_{hhh} , λ_{hhH} , λ_{hHH} , λ_{HHH} и анализ	103
5.4 Расчет констант λ_{hAA} , λ_{HAA} в однопетлевом приближении .	107
5.5 Численные результаты для λ_{hAA} , λ_{HAA} и анализ	108
5.6 Расчет амплитуды распада в однопетлевом приближении . .	110
5.7 Численные результаты для $\Gamma(H \rightarrow hh)$ и анализ	111

6	Сечения рождения пары БХ в однопетлевом приближении	115
6.1	Постановка задачи	115
6.2	Кинематика процесса типа $2 \rightarrow 2$. Сечение процесса	116
6.3	Расчет амплитуд процессов $e^+e^- \rightarrow hh, hH, HH, AA$ в однопетлевом приближении	118
6.4	Численные результаты для сечений и анализ	135
	Заключение	140
	Приложения	142
A	Алгебраическая редукция тензорных интергалов	142
A.1	Двухточечные тензорные интегралы и скалярные формфакторы	142
A.2	Трехточечные тензорные интегралы и скалярные формфакторы	143
B	Факторы БДВФ МССМ	145
B.1	Факторы БДВФ с участием двух фермионов СМ	145
B.2	Факторы БДВФ с участием двух сфермионов	145
B.3	Факторы БДВФ с участием двух БХ	147
B.4	Факторы БДВФ с участием двух векторных бозонов	148
	Литература	149

Введение

Механизм генерации масс фундаментальных частиц (МГМ) – один из ключевых элементов в построении большого класса калибровочных моделей квантовой теории поля (КТП), например, Стандартной модели (СМ), Минимальной суперсимметричной стандартной модели (МССМ) и их модификаций. Благодаря этому механизму в таких калибровочных моделях удается непротиворечивым образом получить массовые члены для полей материи и полей промежуточных калибровочных бозонов. При этом модели сохраняют ряд важных свойств, таких как калибровочная инвариантность и перенормируемость. МГМ основан на введении калибровочно инвариантного юкавского взаимодействия скалярных полей с фермионами [1] и механизме Хиггса спонтанного нарушения калибровочной симметрии. Последний, в свою очередь, состоит в том, что потенциал самодействия скалярных полей достигает минимума при их ненулевых значениях, т. е. у нейтральных компонент скалярных полей появляются ненулевые вакуумные средние [2–10].

Становление МГМ последовательно происходило в период развития квантовой теории поля с середины 50-ых до конца 60-ых годов двадцатого столетия в работах Дж. Голдстоуна [2], Й. Намбу [3], А. Салама, С. Вайнберга [4], П. Хиггса [5–7], Р. Брута, Ф. Энглета [8], Г. Гуральника [9], Т. Киббла [10] и др. В 1967 году С. Вайнберг [11] и независимо от него А. Салам [12] в 1968 году предложили реалистичную квантово-полевую модель, построенную на результатах предшественников, в рамках которой давалось единое описание электромагнитного и слабого взаимодействий. Данная модель получила название Стандартная модель электрослабых взаимодействий, или модель Глэшоу-Вайнберга-Салама (ГВС). Именно в рамках предложенной модели МГМ получил последовательную и замкнутую структуру.

В 1963 году М. Гелл-Манном [13] и Г. Цвейгом [14] была предложена модель, объясняющая спектр сильно взаимодействующих частиц при помощи элементарных частиц, названных кварками. Данная модель стала основой современной калибровочной теории сильных взаимодействий – квантовой хромодинамики (КХД), основанной на цветовой группе $SU(3)_C$.

Современная *Стандартная модель физики элементарных частиц* (СМ)

включает в себя как модель Глэшоу-Вайнберга-Салама, так и квантовую хромодинамику и построена на группе симметрии $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ [15]. Данная модель стала самой успешной моделью квантовой теории поля 20-ого столетия, поскольку в рамках последней удалось объяснить все экспериментальные данные физики элементарных частиц [16].

Однако впоследствии было установлено, что в СМ существует ряд внутренних трудностей. Во-первых, масса бозона Хиггса СМ – свободный параметр, имеет широкую область допустимых значений. Квантовые поправки к массе БХ существенно превосходят возможные значения древесной массы при энергиях выше 1 ТэВ, что является неустранимой трудностью теории [17–18]. Во-вторых, предположение о единой природе фундаментальных взаимодействий и их объединении, косвенно подкрепленное многими экспериментальными фактами, приводит к необходимости объединения калибровочных констант сильного, электромагнитного и слабого взаимодействий при очень высоких энергиях, что не имеет места в СМ [19–20]. В-третьих, нет ответа на вопрос о происхождении иерархии масс наблюдаемых элементарных частиц [17]. В-четвертых, СМ не предсказывает количество поколений элементарных частиц, которых следует ожидать в природе. В-пятых, проблема барионной асимметрии Вселенной и т.д.

В работе [21] было показано, что для решения указанных проблем СМ необходимо расширить хиггсовский сектор СМ, как минимум, до двухдублетной системы полей. Здесь был дан детальный обзор Стандартной модели с двумя дублетами полей Хиггса (ДДСМ), сформулированной в работах [22–25]. В данной модели МГМ в своей структуре не претерпел серьезных изменений в сравнении с СМ. Однако его реализация сопровождалась введением вакуумного состояния второго дублета, наложением дополнительных условий на связь между параметрами модели и вид лагранжиана юкавского взаимодействия.

В работах [26–28] было показано, что учет новой симметрии – суперсимметрии (СУСИ) в квантово-полевой модели может привести к решению многих проблем, существующих в СМ (например, объяснение причины реализации СНКС, сокращение квадратичных расходимостей во всех порядках теории возмущений). В работах [25],[29–31] была сформулирована минимальная суперсимметричная стандартная модель (МССМ), хиггсовский сектор которой также содержал два дублета полей Хиггса. В отличие от СМ, в ДДСМ и МССМ физический спектр полей Хиггса характеризовался пятью состояниями: тремя нейтральными состояниями и двумя заряженными.

В работах [29–34] сформулирована неминимальная суперсимметричная стандартная модель (НМССМ). Построение новой модели было обусловле-

но проблемой μ – слагаемого, возникшей в МССМ. Разрешить указанную проблему стало возможным путем введения дополнительного комплексного скалярного синглета. При этом соответствующим образом модифицировался суперпотенциал. Сценарий МГМ здесь более сложный в связи с тем, что СНКС реализуется с учетом трех ненулевых вакуумных средних, однако общая структура остается прежней. В НМССМ существует семь физических полей Хиггса: 3 нейтральных CP-четных, 2 нейтральных CP-нечетных и два заряженных.

Таким образом, МГМ абсолютно необходим в калибровочных теориях слабых взаимодействий, однако на сегодняшний день он не получил еще прямого экспериментального подтверждения. Последнее должно быть достигнуто путем выполнения программы, сформулированной в работе [35] в рамках СМ и МССМ.

1. Бозоны Хиггса (БХ) должны быть открыты. Их массы должны быть измерены.
2. Необходимо доказать прямопропорциональную зависимость констант взаимодействия бозонов БХ с лептонами и кварками от масс последних, т. е. $\lambda_f \sim m_f$.
3. Константы взаимодействия бозонов Хиггса, предсказанные в рамках модели, должны быть идентифицированы на эксперименте. Задача становится еще более актуальной в суперсимметричных модификациях СМ, где структура констант определяется также принципами суперсимметрии и механизмом ее мягкого нарушения (последний в настоящее время также не имеет прямого экспериментального подтверждения).

В программах предстоящих исследований на будущих линейных коллайдерах (TESLA, NLC, ILC), а также на коллайдере ЛНС одной из главных задач является определение констант взаимодействия бозонов Хиггса.

Для решения проблемы определения констант взаимодействия БХ необходимо *во-первых*, выполнить в низшем приближении анализ сечений элементарных процессов, предсказываемых в рамках модели, аналитические выражения для которых определяются указанными константами. Выявить среди прочих те процессы, которые характеризуются максимальными значениями сечений и чувствительности последних к вариации констант. *Во-вторых*, необходимо выполнить высокоточные теоретические расчеты констант взаимодействия БХ, их масс и сечений избранных процессов, сопровождающиеся учетом петлевых поправок высших порядков теории возмущений к указанным параметрам. Расчет последних уже в первом порядке

теории возмущений в рамках указанных моделей сопряжен с огромными математическими вычислениями. Последние обусловлены большим числом возможных типов взаимодействий, дающих вклад в соответствующий процесс. И все же учет радиационных поправок принципиально необходим, поскольку а) неоднократно было показано, что однопетлевые поправки к параметрам хиггсовского сектора в указанных КТП - моделях могут быть существенными и, следовательно, значительно изменять древесные значения параметров [36–39]; б) прецизионные теоретические предсказания для физических наблюдаемых дадут рецепты их оптимального экспериментального поиска. При положительном исходе последнего они позволят определить природу бозонов Хиггса и, следовательно, модель, адекватно описывающую их свойства. *В-третьих*, выполнить серию экспериментов по измерению сечений избранных процессов данной модели и провести сравнительный анализ результатов теории и эксперимента. Согласование данных экспериментов с результатами теоретических расчетов сечений (для конкретного выбора модели) позволит однозначно зафиксировать константы взаимодействия и, следовательно, определить структуру хиггсовского потенциала.

В связи со сказанным целью диссертационной работы является прецизионный теоретический расчет вершинных функций (констант) трехчастичных взаимодействий бозонов Хиггса в рамках Минимальной суперсимметричной стандартной модели (МССМ) и соответствующих физических наблюдаемых – ширины распада $\Gamma(H \rightarrow hh)$ и сечений процессов $e^+e^- \rightarrow hh$, $e^+e^- \rightarrow hH$, $e^+e^- \rightarrow HH$, $e^+e^- \rightarrow AA$, включающих указанные взаимодействия и могущих быть протестированными данными соответствующих экспериментов на будущих коллайдерах с высокой светимостью. Расчет проводится в однопетлевом приближении в рамках фейнмановского диаграммного подхода (ФДП).

В соответствии со сформулированной целью в рамках настоящей работы решены следующие основные задачи:

1. Расчет однопетлевых вкладов (допустимых в МССМ) в одно-, двух-, трех- и четырехточечные вершинные функции (ВФ). Представление однопетлевых вкладов в аналитической форме.
2. Построение алгоритмов алгебраической редукции скалярных функций B_0 , C_0 для представления их в форме, наиболее удобной для использования процедуры перенормировки и численного расчета.
3. Расчет системы контрчленов (в рамках On-shell-схемы перенормировки электрослабого и хиггсовского секторов МССМ [40]) для следующих объектов: а) одноточечных ВФ бозонов Хиггса h , H ; б) собственных энергий γ , W , Z - калибровочных бозонов, h , A , H - бозонов Хиггса; в) энергий

смешивания $\gamma - Z$, $h - H$, $A - Z$; г) шести констант трехчастичного взаимодействия нейтральных БХ МССМ. Представление их в терминах как исходных контрчленных параметров и констант перенормировки поля (δm_1^2 , δm_2^2 , δm_{12}^2 , δv_1 , δv_2 , Z_{H_1} , Z_{H_2} , Z_1^B , Z_2^B , Z_1^W , Z_2^W), так и перенормированных собственных энергий, энергий смешивания и односточечных ВФ для БХ.

4. Расчет шести констант трехчастичного взаимодействия нейтральных БХ (λ_{hhh} , λ_{hhH} , λ_{hHH} , λ_{HHH} , λ_{hAA} , λ_{HAA}) в однопетлевом приближении с учетом $t\bar{t}$ -, $b\bar{b}$ -, $c\bar{c}$ -, $\tau\bar{\tau}$ -петель в ФДП.

5. Расчет ширины распада $\Gamma(H \rightarrow hh)$ с учетом $t\bar{t}$ -, $b\bar{b}$ -, $c\bar{c}$ -, $\tau\bar{\tau}$ -петель в ФДП.

6. Расчет амплитуд и полных сечений процессов $e^+e^- \rightarrow hh$, $e^+e^- \rightarrow hH$, $e^+e^- \rightarrow HH$, $e^+e^- \rightarrow AA$ в полном однопетлевом приближении в ФДП.

Общая методика исследований. В данной работе при решении поставленных задач используются следующие традиционные методы квантово-полевых вычислений:

1. Основным методом решения поставленных задач является метод квантово-полевой теории возмущений с использованием фейнмановского диаграммного подхода.

2. В петлевых вычислениях используется калибровка т'Хоофта-Фейнмана.

3. Приемы тензорной [41, 42] и размерной [43, 44] редукции последовательно используются при вычислении аналитических выражений соответствующих фейнмановских диаграмм.

4. *On-shell* - схема [40] процедуры перенормировки применена для получения конечных физических результатов.

5. Результаты петлевых вычислений, как правило, представляются линейными комбинациями скалярных интегралов Велтмана-Пассарино [45, 46].

6. Для численного анализа результатов используются как традиционные [45], так и новые алгоритмы расчета указанных интегралов.

Достоверность полученных результатов обеспечивается (1) строгостью используемых автором общепринятых методов квантовой теории поля, органически сочетающих в себе как традиционные теоретико-полевые методы, так и новейшие алгоритмы символьных и численных компьютерных расчетов; (2) согласием данных результатов, полученных в рамках фейнмановского диаграммного подхода с результатами предшественников, полученных в рамках других пертурбативных подходов; (3) согласием теоретических предсказаний (полученных в настоящей работе) для областей допустимых значений исследуемых величин с имеющимися для них экспе-

риментальными ограничениями.

Научная новизна диссертации состоит в следующем.

1. В рамках фейнмановского диаграммного подхода с использованием калибровки т'Хоофта-Фейнмана сформулирован новый *подход базисных диаграмм Фейнмана* (БДФ), основанный на обобщении стандартных правил Фейнмана СМ и МССМ. Выполнена систематизация всех фейнмановских сильносвязных однопетлевых диаграмм по указанным БДФ. Результаты для однопетлевых вкладов в одно-, двух-, трех-, четырехточечные ВФ представлены в виде суперпозиции дираковских матричных структур. При этом коэффициентами разложения являются линейные комбинации минимального набора стандартных скалярных интегралов. Преимуществами подхода являются компактность аналитических результатов и удобство в практическом использовании последних для построения компьютерных программ. Скорость машинных вычислений петлевых поправок согласно данному алгоритму много больше, чем у программ-аналогов (FeynCalc, Form), поскольку затяжные операции тензорной и алгебраической редукций изначально выполнены.

2. В работе дано новое представление результатов алгебраической редукции скалярных функций B_0, C_0 . Предложенное представление является оптимальным при использовании процедуры перенормировки и численного расчета.

3. При реализации программы перенормировки [40] аналитически решена система 11 линейаризованных уравнений, определяемых условиями перенормировки, относительно переменных $\delta m_1^2, \delta m_2^2, \delta m_{12}^2, \delta v_1, \delta v_2, Z_{H_1}, Z_{H_2}, Z_1^B, Z_2^B, Z_1^W, Z_2^W$. Полное решение системы впервые представлено в редуцированном явном виде. Контрчлены для констант взаимодействия, собственных энергий и энергий смешивания БХ получены в аналитической форме, в наиболее общем виде.

4. В данной работе впервые построены аналитические выражения для шести констант трехчастичного взаимодействия нейтральных бозонов Хиггса МССМ в первом порядке теории возмущений, с учетом $t\tilde{t}$ -, $b\tilde{b}$ -, $c\tilde{c}$ -, $\tau\tilde{\tau}$ -петель, в рамках ФДП.

5. Получены новые аналитические выражения для ширины $\Gamma(H \rightarrow hh)$ с учетом $t\tilde{t}$ -, $b\tilde{b}$ -, $c\tilde{c}$ -, $\tau\tilde{\tau}$ -петель в рамках ФДП.

6. Впервые построены и представлены в явном виде аналитические выражения для амплитуд и полных сечений процессов $e^+e^- \rightarrow hh, e^+e^- \rightarrow hH, e^+e^- \rightarrow HH, e^+e^- \rightarrow AA$ в рамках модели МССМ с учетом полного набора однопетлевых диаграмм. Проведена оценка роли петлевых вкладов суперсимметричных частиц в определении итогового результата.

Личный вклад автора. Все результаты, составившие основу диссер-

тации, получены лично автором или при его определяющем участии. Ряд работ выполнен с М.Н. Дубининым (Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына, МГУ), В.М. Долгополовым, М.В. Долгополовым, И.А. Смирновым, А.В. Бачуриной, А.Н. Ивушкиным (Самарский государственный университет).

Практическая значимость работы.

Полученные результаты и методы могут быть использованы для интерпретации результатов экспериментов по изучению природы и свойств БХ, для определения значений свободных параметров моделей или области их допустимых значений.

Разработанные алгоритмы и подходы удобны для составления компьютерных программ, что и было использовано при создании комплекса компьютерных программ VertexLoopCalc-2, предназначенного для петлевых вычислений вершинных функций.

Апробация работы. Основные результаты настоящей работы докладывались и обсуждались автором на следующих научных семинарах и конференциях:

XVII, XVIII Международных семинарах по физике высоких энергий и квантовой теории поля (QFTHEP) (Самара, 2003; Санкт-Петербург, 2004);

научной конференции секции ядерной физики ОФН РАН "Физика фундаментальных взаимодействий" (Москва, ИТЭФ, 2002, 2005);

международном семинаре "Selected Problems of Modern Physics" (Саратов, 2003);

шестой международной школе, посвященной вопросам физики высоких энергий ИТЭФ (Москва, ИТЭФ, 2003);

учебно-методической конференции "Межсессионная работа со студентами: традиционные и новые формы" (Самара, СамГУ, 2001);

научно-практической конференции, посвященной памяти профессора Л.И. Кудряшева "Прикладные математические задачи в машиностроении и экономике" (Самара, СГАУ, СамГУ, СГЭА, 2001);

конференции "100 лет квантовой теории" (Самара, СамГУ, 2001);

научном семинаре "Проблемы связанных состояний в квантовой теории поля" (Самара, МГУ, СамГУ, 2004);

конференции "Концепции симметрии и фундаментальных полей в квантовой физике XXI века" (Самара, СамГУ, 2005);

конференции "Проблемы фундаментальной физики XXI века" (Самара, СамГУ, 2005);

третьей всероссийской школе "Физика фундаментальных взаимодействий", посвященной вопросам физики высоких энергий (Протвино, фонд "Династия", 2006);

научных конференциях преподавателей и сотрудников Самарского государственного университета (Самара, СамГУ, 2002-2006);

научных семинарах кафедры общей и теоретической физики (Самара, СамГУ, 2001-2006).

Исследования были поддержаны грантами 02-02-26561-зм, 03-02-26501-зм российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ), грантом 294Е2.4К Самарского областного конкурса 2006 года, стипендиальной программой для аспирантов фонда "Династия".

По теме диссертации имеется 18 публикаций [47–64], среди них 9 журнальных статей, 2 тезисов в трудах международных конференций, 2 статьи в трудах региональных конференций.

Объем и структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, шести глав, заключения, списка литературы (170 наименований), приложений. Работа содержит 34 рисунка и 6 таблиц. Общий объем диссертации – 163 страницы машинописного текста.

Содержание работы. Данная работа имеет следующую структуру.

В **первой главе** представлен краткий обзор МССМ: базисные принципы, на которых основана модель, состав полей (суперполей), полный лагранжиан. Особое внимание уделяется хиггсовскому сектору МССМ и, в частности, теоретическим аспектам построения вершинных функций взаимодействий бозонов Хиггса в низшем приближении. Представлен полный спектр физических полей МССМ.

Вторая глава посвящена детальному анализу сечений процессов парного и трехчастичного рождения БХ в низшем приближении, допускаемых МССМ, которые могут быть исследованы как на линейных e^+e^- - коллайдерах, так и на ЛНС. Среди прочих определяются процессы, имеющие максимальные сечения и чувствительности к вариации констант. Определяются оптимальные условия для идентификации констант взаимодействия.

В **третьей главе** представлен краткий обзор основных пертурбативных подходов, используемых в настоящее время при вычислении параметров МССМ в высших порядках теории возмущений. Отдельный параграф посвящен определению ВФ и ее роли в расчете наблюдаемых. Сформулирован новый подход базисных диаграмм Фейнмана. Представлен полный набор одно-, двух-, трех-, четырехточечных БДФ. Проведена систематизация однопетлевых фейнмановских диаграмм по представленным БДФ. Выполнен расчет однопетлевых вкладов в одно-, двух-, трех-, четырехточечную ВФ. Итоговые результаты представлены в аналитической форме.

В **четвертой главе** рассмотрена On-shell-схема перенормировки электрослабого и хиггсовского секторов, предложенная в работе [40]. Построе-

на линеаризованная система 11 уравнений, определяемых условиями перенормировки. Получены аналитическое решение системы уравнений, а также явный аналитический вид контрчленов для шести констант взаимодействия, собственных энергий и энергий смешивания нейтральных БХ МССМ. Здесь также представлен новый алгоритм алгебраической редукции скалярных интегралов B_0 , C_0 . Итоговые результаты для интегралов представлены в форме, адаптированной к процедуре перенормировки и численным расчетам.

Пятая глава посвящена расчету шести констант взаимодействия λ_{hhh} , λ_{hhH} , λ_{hHH} , λ_{HHH} , λ_{hAA} , λ_{HAA}) и ширины распада $\Gamma(H \rightarrow hh)$ в однопетлевом приближении с учетом $t\tilde{t}$ -, $b\tilde{b}$ -, $c\tilde{c}$ -, $\tau\tilde{\tau}$ -петель. Представлены аналитические результаты, проводится сравнительный графический анализ новых результатов с результатами, полученными ранее в рамках ренормгруппового подхода и подхода эффективного потенциала.

Шестая глава посвящена расчету амплитуд и полных сечений процессов $e^+e^- \rightarrow hh$, $e^+e^- \rightarrow hH$, $e^+e^- \rightarrow HH$, $e^+e^- \rightarrow AA$ в рамках МССМ с учетом полного набора однопетлевых диаграмм.

В **заключении** диссертации приведена общая характеристика работы и сделаны основные выводы по полученным результатам.

Вершинные факторы базисных древесных ВФ, используемых в работе, вынесены в **приложения**.

Все используемые и цитируемые источники представлены в заключении работы, в разделе "**Литература**".